TD n° 3

Exercice 1 :

Un signal s(t) de fréquence 1 MHz d'amplitude 1V est modulé en fréquence. L'onde modulante est une onde sinusoïdale d'amplitude A_{BF} = 2,5 V et de fréquence f_{BF} = 500 Hz. L'excursion de modulation est 5,5 kHz.

Ecrire l'expression mathématique du signal modulé, déterminer l'indice de modulation

Correction

$$v_t(t) = 1\cos\left(2\pi f_p t + \frac{k_f a}{2\pi f_m}\sin(2\pi f_{BF} t)\right)$$, f_p=1 MHz

L'excursion de modulation représente la déviation fréquentielle !
L'indice de modulation est : 5500/500=11.

Exercice 2 :

Soit le signal modulé en fréquence suivant $v_t(t) = V_0 \cos(\omega_1 t + 0.5\sin(\omega_2 t))$

On prendra V_0 = 1 V , $\omega_1 = 10^7$ rad/s et $\omega_2 = 10^4$ rad/s.

1 – Donner la fréquence de la porteuse, la fréquence modulante, l'excursion en fréquence, l'indice de modulation et l'encombrement spectral.
2 – Représenter l'allure du spectre S(F) de s(t). Donner la bande de fréquence occupée par S(F).

Fréquence porteuse = 20pi MHz
Indice de modulation = 0.5
Excursion en fréquence = 0,5*2*pi*10 kHz.
Encombrement spectral : 2*(Delta_f+f_m)

Exercice 3: Calcul de bande passante

Une porteuse de fréquence f_c = 100 MHz est modulée en fréquence par un signal sinusoïdal d'amplitude Am = 20 volts et de fréquence f_m = 100 kHz. La sensibilité fréquentielle du modulateur est k_f = 25 kHz/volt.

1. Estimer la bande passante du signal FM en utilisant la règle de Carson.
2. Refaire l'estimation en ne considérant que les composantes latérale du spectre dont l'amplitude atteint au moins un pourcent de celle de la porteuse non-modulée.
3. Consulter les tables mathématiques pour les fonctions de Bessel d'ordre 0 à n
4. Que deviennent ces résultats si on double l'amplitude du signal modulant? Et si on double sa fréquence?
5. Que vaudra la bande passante pour une modulation de phase?

Solution

Exercice 1: Calcul de bande passante

- Δ_f = 500 kHz, f_m = 100 kHz, $\beta = 5$
- Méthode de Carson: $B_{T1} \approx 2(\Delta_f + f_m)$ = 1200 kHz
- Spectre de raies d'amplitude $\pm\frac{A_c}{2}J_k(\beta)$ en $f_c \pm k f_m$, critère: $B_{T2} = 2nf_m = 1600kHz$ avec n t.q. $J_n(\beta) \geq 0.01$
- $A'_m = 2A_m$, Δ_f=1000 kHz, $\beta = 10$, B_{T1} = 2200 kHz, B_{T2} = 2800 kHz
- $f'_m = 2f_m$, $\beta = 2.5$, B_{T1} = 1400 kHz, B_{T2} = 1000 kHz
- Modulation angulaire: B_T identique (un signal modulé en phase par $m(t)$ est aussi modulé en fréquence par $m'(t)$, le signal modulant sinusoïdal est donc simplement déphasé de 90° et la répartition de puissance dans le spectre du signal modulé n'est pas modifiée)

- Fonctions de Bessel $J_k(\beta)$:

k	β=5	β=10	β=2.5
0	-0.1776	-0.2459	-0.0484
1	-0.3276	0.0435	0.4971
2	0.0466	0.2546	0.4461
3	0.3648	0.0584	0.2166
4	0.3912	-0.2196	0.0738
5	0.2611	-0.2341	0.0195
6	0.1310	-0.0145	0.0042
7	0.0534	0.2167	0.0008
8	0.0184	0.3179	0.0001
9	0.0055	0.2919	0.0000
10	0.0015	0.2075	0.0000
11	0.0004	0.1231	0.0000
12	0.0001	0.0634	0.0000
13	0.0000	0.0290	0.0000
14	0.0000	0.0120	0.0000
15	0.0000	0.0045	0.0000

Exercice 4: FM à bande étroite

On considère une porteuse s(t) de fréquence f_c, modulée en FM par un signal sinusoïdal m(t) de fréquence f_m. L'indice de modulation δ est supposée très petite ($\delta << 1$).

1. Calculer la bande passante requise en comparant les amplitudes relatives des raies latérales du signal modulé. Pour ce faire, effectuer un développement en série et conserver les termes jusqu'au deuxième ordre.
2. Jusqu'à quelle valeur maximale m de l'indice de modulation pourra-t-on estimer la bande passante à 2fm si l'on considère que les raies latérales d'amplitude inférieure à un pourcent de celle de la porteuse non-modulée peuvent être négligées?
3. Quelle est la puissance moyenne de s (t), exprimée en pourcentage de moyenne de la porteuse modulée? Quel était ce pourcentage pour s(t)?

Solution

- Signal modulé:

$$\begin{aligned} s(t) &\approx A_c(1-\frac{\beta^2}{4})\cos(2\pi f_c t) \\ &+A_c\frac{\beta}{2}\left[\cos(2\pi(f_c+f_m)t)-\cos(2\pi(f_c-f_m)t)\right] \\ &+A_c\frac{\beta^2}{8}\left[\cos(2\pi(f_c+2f_m)t)-\cos(2\pi(f_c-2f_m)t)\right] \end{aligned}$$

- Critère pour limiter à l'ordre 1: $\frac{\beta^2}{8} < 0.01$, soit $\beta \in [0, 0.28]$

- Signaux FM et PM à bande étroite, et signal AM pour un même indice de modulation β (cf. figure pour les diagrammes de phase):

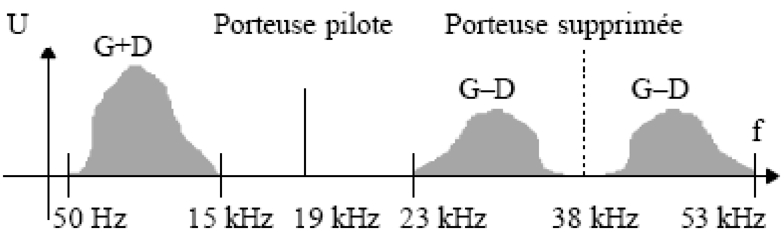
$$\begin{aligned} s'_{\mathrm{FM}}(t) &= A_c\cos(2\pi f_c t)+A_c\frac{\beta}{2}\left[\cos(2\pi(f_c+f_m)t)-\cos(2\pi(f_c-f_m)t)\right] \\ s'_{\mathrm{PM}}(t) &= A_c\cos(2\pi f_c t)-A_c\frac{\beta}{2}\left[\cos(2\pi(f_c+f_m)t-\frac{\pi}{2})+\cos(2\pi(f_c-f_m)t-\frac{\pi}{2})\right] \\ s'_{\mathrm{AM}}(t) &= A_c\cos(2\pi f_c t)+A_c\frac{\beta}{2}\left[\cos(2\pi(f_c+f_m)t)+\cos(2\pi(f_c-f_m)t)\right] \end{aligned}$$

- Amplitude instantanée: $a_{s'}(t) = A_c\sqrt{1+\beta^2\sin^2(2\pi f_m t)}$ et $\frac{\max(a_{s'}(t))}{\min(a_{s'}(t))} = \sqrt{1+\beta^2} \leq 1.04$

- Puissance moyenne: $P_{s'} = \frac{A_c^2}{2}(1+\frac{\beta^2}{2}) \leq 1.04 P_0$ et $P_s = \frac{A_c^2}{2} = P_0$

Exercice 5 : Modulation AM et FM Application à la transmission FM stéréophonique.

Un son stéréo se différencie du son mono par la possibilité d'émettre des sons différents sur chaque enceinte gauche et droite. Toutefois, le signal transmis doit aussi être compatible avec des récepteurs mono, pour lequel le signal émis doit être la somme des signaux émis sur chaque enceinte stéréo. On appelle G le signal émis sur l'enceinte Gauche et D, le signal destiné à l'enceinte droite.
La solution retenue pour la compatibilité mono/stéréo consiste à émettre simultanément un signal G+D contenant le message de la voies droite plus celui de gauche et un signal G-D contenant le message de la voie droite moins celui de gauche. Le signal G+D est à basse fréquence alors que le signal G–D est modulé AM avec suppression de porteuse autour de 38 kHz. Une fréquence pilote à 19 kHz est transmise simultanément. Le spectre du signal modulant est alors le suivant :



Quels éléments électronique faut il pour démoduler le signal ?

Rép : *un filtre passe bande pour séparer G-D de G+D*
Un fitre passe bas
Un doubleur de fréquence pour reconstruire la porteuse à 38 kHz
Un démodulateur AM pour récupérer l'info G-D en bande de base
Rmq ; G+D est en bande de base
Un sommateur soustracteur pour récupérer G et D