CONTROLE TELECOM n°2

MODULATION ANALOGIQUE.

Le contrôle d'une durée de 1h30 se découpe en trois exercices distincts.
2 points seront réservés à la clarté de vos propos et à la propreté de votre devoir

Exercice 1 : Modulation Analogique d'amplitude (Temps estimé 20 mn) 8 points

Les questions sont indépendantes

1. Moduler un signal consiste à modifier l'un des trois paramètres de la porteuse avec ce signal. Notons m(t), le signal à transmettre. La porteuse est un signal sinusoidale, d'amplitude V_p et de fréquence f_p. Ecrivez la formule du signal ainsi modulé. (1 point)

2. Parmi les courbes suivantes, quels sont les signaux modulés en amplitude. (1 point). Vous expliciterez vos choix

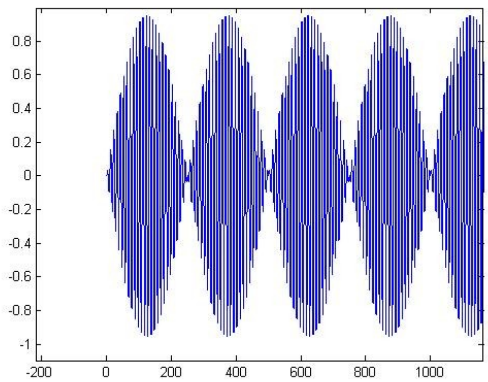


Figure 1

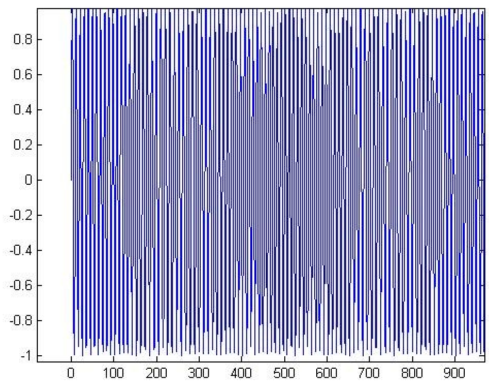


Figure 2

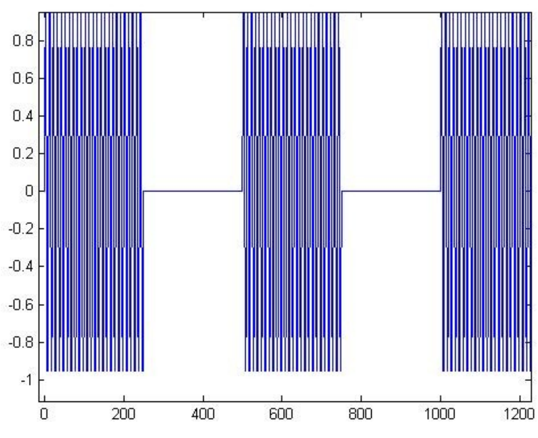


Figure 3

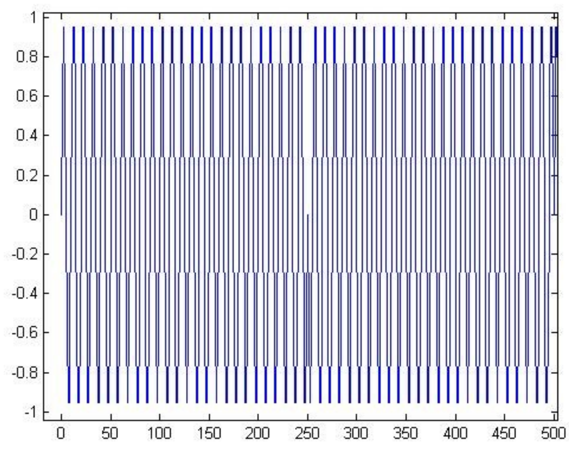


Figure 4

3. On zoome maintenant chaque figure. Vous déterminerez de plus la fréquence de la porteuse (elle est identique pour chaque signal) et caractériserez le modulant parmi la liste suivante : signal sinusoïdal, carré, triangulaire, ou autre. La base de temps est en ms (3 point).

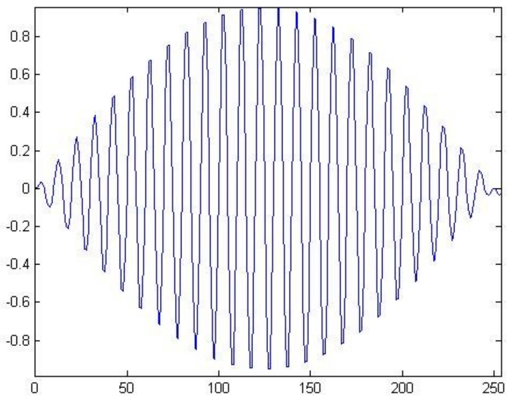


Figure 1

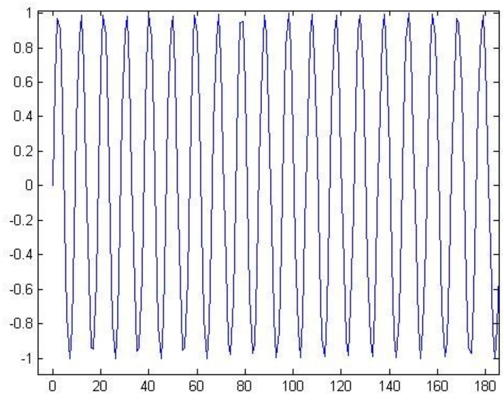


Figure 2

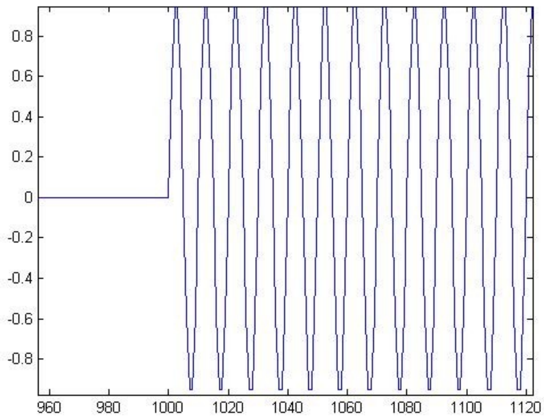


Figure 3

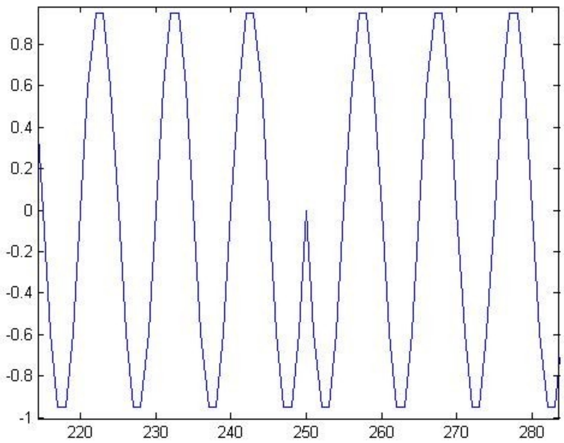
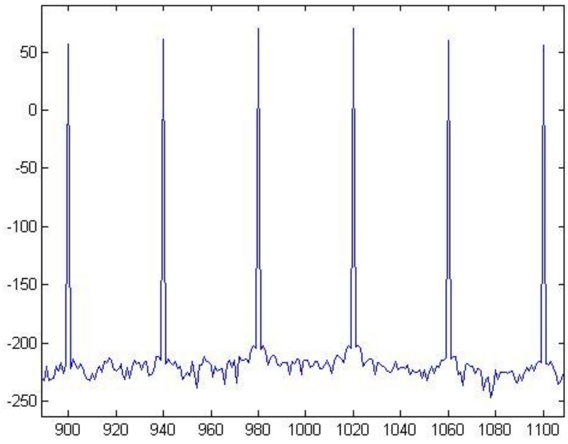
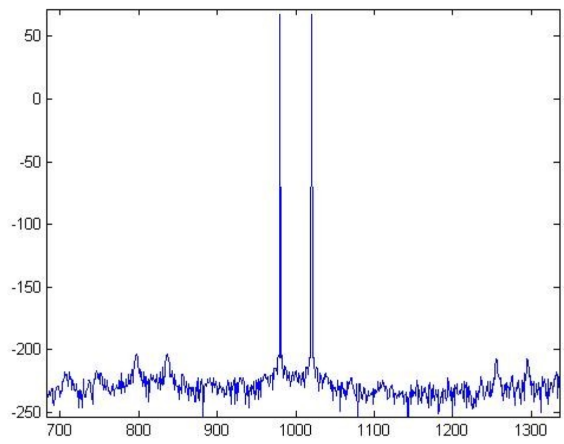


Figure 4

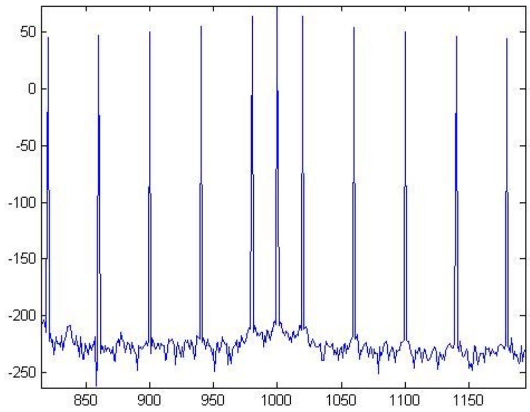
4. Faites correspondre le signal modulé à son spectre parmi la liste suivante (3 points), en explicitant vos choix.



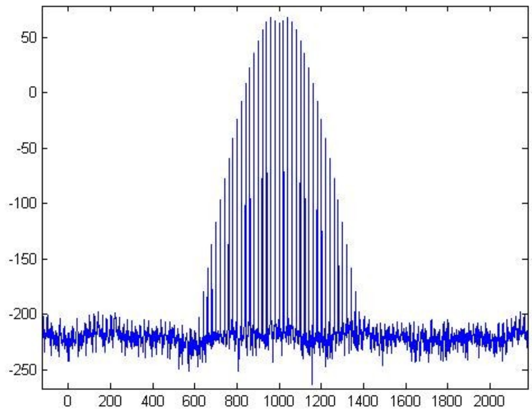
Spectre 1



Spectre 2



Spectre 3

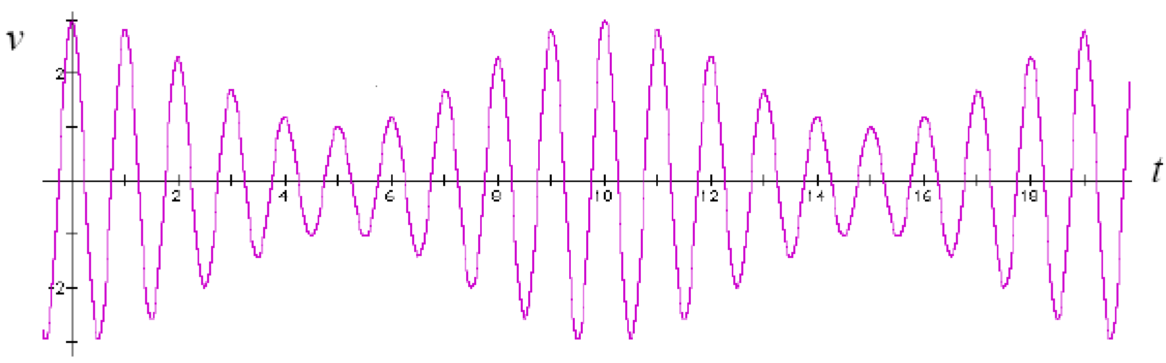


Spectre 4

Exercice 2 : Modulation d'amplitude (8 points) 30 mn

1. On souhaite moduler l'amplitude d'une porteuse de fréquence fp=10 kHz par un signal sinusoidal de 100 Hz, d'amplitude 1 volt. Ecrire l'expression mathématique du signal modulé. (1 point)

2. Soit la modulation d'amplitude suivante (7 points):



2.1 – Retrouvez l'expression de l'onde porteuse non modulée et de l'onde modulante. Quel est le taux de modulation ?
2.2 – Représentez le spectre du signal modulé $s_m(t)$. Quelle est la bande de fréquence occupée ?
2.3 – Calculez la puissance contenue dans la porteuse (sur 50Ω) ; la puissance contenue hors de la porteuse.
2.4 – Représentez l'allure du spectre si cette fois-ci le signal modulant est un signal carré.

<u>Exercice 3 : Modulation FM (14 points – 40 mn)</u>

Dans tous les types de modulation, on possède au départ deux signaux :

- le signal porteur : $v_{p(t)} = V_p \cos \Omega_p t$
- l'information à transmettre : $v_{i(t)} = V_i \cos \omega_i t$

En modulation de fréquence, l'information à transmettre agit directement sur la fréquence de la porteuse en modifiant la phase en prenant l'intégrale : $f_{M(t)} = f_p + kv_{i(t)}$.

Le signal modulé s'écrit : $v_{M(t)} = V_p \cos\theta_{(t)}$ où $\theta_{(t)}$ est la phase instantanée du signal

A1./ Exprimer $\theta_{(t)}$ en fonction de Ω_p, k, V_i, ω_i. On supposera que $\theta_0 = 0$.

A2./ On pose : $m = \dfrac{kV_i}{f_i} =$ indice de modulation. Montrer que $v_{M(t)}$ peut se mettre sous la forme :

$$v_{M(t)} = V_p\left[\cos\Omega_p t \cdot \cos(m \cdot \sin\omega_i t) - \sin\Omega_p t \cdot \sin(m \cdot \sin\omega_i t)\right]$$

A3./ Calculer la puissance transmise par une onde modulée en fréquence $v_{M(t)}$ dans une charge de résistance R.

Deux cas de figure peuvent se présenter : m <<1 ou m >>1, ce qui conduit à deux études.

A4./ Déterminer les différentes composantes du signal $v_{M(t)}$ lorsque m<<1 en se limitant « au premier ordre » (cf. cours de math). Cela signifie que :
$\cos(m.\sin\omega_i t) = 1$ et $\sin(m.\sin\omega_i t) = m.\sin(\omega_i t)$

A5./Tracer, sur le document réponse 1, le spectre en fréquence pour :

m = 0,1, f_p = 100 MHz et f_i = 10 kHz, V_p = 1V.

Quelle doit être la largeur de bande pour transmettre ce signal modulé (occupation spectrale)?

Dans la pratique, m est en réalité plus grand que 1 (5<m<2500).

$\cos(m\sin\omega_i t)$ et $\sin(m\sin\omega_i t)$ se développent en série de Fourier suivant les relations :

$$\cos(m \cdot \sin\omega_i t) = J_{0(m)} + \sum_{n\ pair}^{\infty} 2J_{n(m)} \cos n\omega_i t$$

$$\sin(m \cdot \sin\omega_i t) = \sum_{n\ impair}^{\infty} 2J_{n(m)} \sin n\omega_i t$$

L'annexe A donne les différentes valeurs de J_n en fonction de m.

A6./ En prenant m = 6, V_p = 1V, f_p = 100 MHz et f_i = 10 kHz :

A6.1./ Décomposer l'expression de $v_{M(t)}$ en fonction des différentes valeurs de J et en déduire la fréquence des différentes composantes de ce signal.

A6.2./ Tracer sur le document réponse 1 le spectre en fréquence du signal modulé. En déduire la largeur du canal occupée par le spectre tracé.

A7./ En pratique, dans les spectres, on ne garde que les termes d'amplitude supérieure à 0,1.

A7.1./ En étudiant le tableau donnant les valeurs de la fonction de Bessel à l'annexe pour les différentes valeurs de m que peut-on dire sur le nombre de termes supérieurs à 0,1 en fonction de m.

A7.2./ Donner alors une valeur approchée de la bande passante du canal de transmission. Application numérique.

A7.3./ Calculer la puissance transmise par l'ensemble de ces termes pour m=6. Conclure.

ANNEXE

Table Série de Fourier.

Tout signal s(t) continu périodique, de période T = 1/f s'écrit de la manière suivante :

$s(t)= a_0+a_1\cos(2\pi ft)+ a_2\cos(2*2\pi ft)+ a_3\cos(3*2\pi ft)+\ldots\ a_n\cos(n*2\pi ft)+\ldots$
$+b_1\cos(2\pi ft)+ b_2\cos(2*2\pi ft)+ b_3\cos(3*2\pi ft)+\ldots\ b_n\cos(n*2\pi ft)+\ldots$

Avec :

s(t)	Coefficients de Fourier
$V\sin(2\pi ft)$	$a_i=0$; pour tout i $b_1=V$, $b_i=0$
$V\cos(2\pi ft)$	$a_0=0$, $a_1=V$, $a_i=0$; pour tout i $b_i=0$; pour tout i
Carré d'amplitude V (pair) de tension continue A	$a_0=A$, $a_1=4*V/(i\pi)$, i impair $a_i=0$, i pair $b_i=0$; pour tout i
Triangulaire d'amplitude V de tension continue A	$a_0=A$, $a_1=\pi V/(4i^2)$, i impair $a_i=0$, i pair $b_i=0$; pour tout i

Relation Trigonométrique.

$$\cos(A+B)=\cos(A)\cos(B)-\sin(A)\sin(B)$$
$$\cos(A-B)=\cos(A)\cos(B)+\sin(A)\sin(B)$$
$$\sin(A+B)=\cos(A)\sin(B)+\sin(A)\cos(B)$$
$$\sin(A-B)=\cos(A)\sin(B)-\sin(A)\cos(B)$$

Donc cos(A)cos(B)=1/2[cos(A+B)+cos(A-B)]

Formules de BESSEL

Values of the Bessel functions $J_{n(m)}$ for various orders n and integral values of m

n \ m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	.7652	.2239	−.2601	−.3971	−.1776	.1506	.3001	.1717	−.09033	−.2459
1	.4401	.5767	.3391	−.06604	−.3276	−.2767	−.004683	.2346	.2453	.04347
2	.1149	.3528	.4861	.3641	.04657	−.2429	−.3014	−.1130	.1448	.2546
3	.01956	.1289	.3091	.4302	.3648	.1148	−.1676	−.2911	−.1809	.05838
4	.002477	.03400	.1320	.2811	.3912	.3576	.1578	−.1054	−.2655	−.2196
5		.007040	.04303	.1321	.2611	.3621	.3479	.1858	−.05504	−.2341
6		.001202	.01139	.04909	.1310	.2458	.3392	.3376	.2043	−.01446
7			.002547	.01518	.05338	.1296	.2336	.3206	.3275	.2167
8				.004029	.01841	.05653	.1280	.2235	.3051	.3179
9					.005520	.02117	.05892	.1263	.2149	.2919
10					.001468	.006964	.02354	.06077	.1247	.2075
11						.002048	.008335	.02560	.06222	.1231
12							.002656	.009624	.02739	.06337
13								.003275	.01083	.02897
14								.001019	.003895	.01196
15									.001286	.004508
16										.001567

ANNEXE A